Revista CIENCIA **Vol.19, 2,** 285- 307 (2017)

DISEÑO Y ANÁLISIS DE VIGAS DE ACERO CON SECCIÓN TIPO "I"

Roberto Aguiar[1,4], Juan Carlos Vielma[2], David Mora[3]

[1]Departamento de Ciencias de la Tierra y la Construcción
Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE
Av. Gral. Rumiñahui s/n. Valle de los Chillos, Ecuador
rraguiar@espe.edu.ec

[2]Escuela de Ingeniería Civil
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso
Chile

[3]Centro de Investigación de la Vivienda, Facultad de Ingeniería Civil y Ambiental
Escuela Politécnica Nacional
Quito, Ecuador

[4]Carrera de Ingeniería Civil
Universidad Laica Eloy Alfaro de Manabí,
Manta, Ecuador

RESUMEN

Las vigas de acero con sección transversal tipo "I" son muy utilizadas en las construcciones, por lo que se decidió escribir este artículo para presentar en primer lugar el formulario con el que se obtiene las propiedades de una sección con una explicación detenida de los módulos elástico y plástico.

Posteriormente, se indica con detalle el cálculo de la capacidad a flexión, orientado al diseño por el método LRFD. Para ello se muestra los controles que se deben realizar para ver si el elemento es compacto y se destaca la importancia de contar con vigas transversales que impidan la deformación lateral del ala superior. Se determina la capacidad a flexión para una viga con pandeo lateral torsional inelástico y elástico.

Para ilustrar la bondad de contar con vigas transversales, se presenta la relación entre la capacidad de momento a flexión en función de la longitud de arriostramiento. Mientras mayor es esta longitud la capacidad a flexión disminuye.

Por último se obtiene el diagrama momento-rotación, que sirve para el análisis no lineal, siguiendo los lineamientos del ASCE/SEI 41 y se comparan sus resultados a nivel de momento último con los que se hallan en el método LRFD.

El cálculo numérico se realizó en una viga de acero A57 grado 50 utilizada en la construcción de la Unidad de Vigilancia Comunitaria de la ciudad de Manta,

Recibido: Diciembre de 2016
Aprobado: Marzo de 2017

cuya estructura tuvo un excelente comportamiento durante el terremoto del 16 de abril de 2016, que tuvo una magnitud de momento de 7.8. Pero no corrió la misma suerte la mampostería de la planta baja porque estaba mal construida, se detalla esta experiencia para tener en cuenta los errores cometidos en futuras construcciones de acero.

Palabras Claves: Capacidad a Flexión de perfiles de acero; Diagramas Momento-Rotación; Conexiones pre-calificadas.

ABSTRACT

Steel beams with cross-section shapes type "I" are widely used in constructions, so it was decided to write this paper to present first the form with which it is possible to obtain the properties of a section with a detailed explanation of the elastic and plastic modules.

Afterwards, the calculation of the flexural capacity, oriented to the design by the LRFD method, is indicated in detail. This shows the controls that must be performed in order to verify if the studied element is compact, and highlighting the importance of having bracing beams that prevent the lateral deformation of the upper flange of the beam. Then, the bending capacity is determined for an inelastic and elastic torsional lateral buckling.

To illustrate the benefits of having bracing beams, the relationship between the moment-to-bending capacity as a function of the bracing length is presented. The longer this length the flexing capacity decreases.

Finally, the moment-rotation diagram is computed. This relationship is used for non-linear analysis, following the guidelines of ASCE / SEI 41 and compare their results at the ultimate moment with those found in the LRFD method.

The numerical calculation was carried out on an A57 grade 50 steel beam, used in the construction of the Community Surveillance Unit of the city of Manta, whose structure had an excellent performance during the earthquake of April 16, 2016, which had a magnitude of Moment of 7.8. However, the masonry of the ground floor experienced severe damage because it was poorly built, this experience is detailed to take into account the mistakes made in future steel constructions.

Keywords: Flexural capacity; Moment-rotation diagrams; Pre-qualified connections.

1. INTRODUCCIÓN

En el diseño sismo resistente clásico se persigue como principales objetivos que las estructuras no colapsen y que los daños que se lleguen a producir no cusen heridos graves ni fallecidos. Sin embargo, las lecciones aprendidas durante terremotos recientes indican que estos objetivos de diseño son insuficientes para satisfacer las expectativas reales de propietarios y usuarios de dichos edificios.

En el caso particular de las estructuras metálicas no escapa de esta realidad. Como se sabe, las estructuras metálicas son ampliamente usadas a nivel mundial para la construcción de edificios emplazados en zonas de alta amenaza sísmica. La tipología más usual que se construye con estructura metálica es de pórticos dúctiles, caracterizados por su adecuada capacidad para disipar energía y su alta flexibilidad. El buen desempeño de estas estructuras, también conocidas como estructuras de pórticos especiales resistentes a momentos, ante terremotos fuertes, depende en gran medida del adecuado comportamiento de sus conexiones, ya que se ha demostrado que el fallo catastrófico que han experimentado algunas de estas estructuras, se ha debido en gran medida al fallo localizado especialmente en las juntas viga-columna.

Luego del terremoto de Northridge del año de 1995, se puso en evidencia que las conexiones empleadas en los pórticos especiales resistentes a momento no eran las adecuadas para soportar terremotos fuertes, ya que presentaron fallas frágiles en los puntos de unión entre las alas de las vigas y de las columnas. En la Figura se puede apreciar el fallo típico observado en conexiones diseñadas y construidas según las normas vigentes para la fecha en los Estados Unidos de Norteamérica, Bruneau et al. (2011).

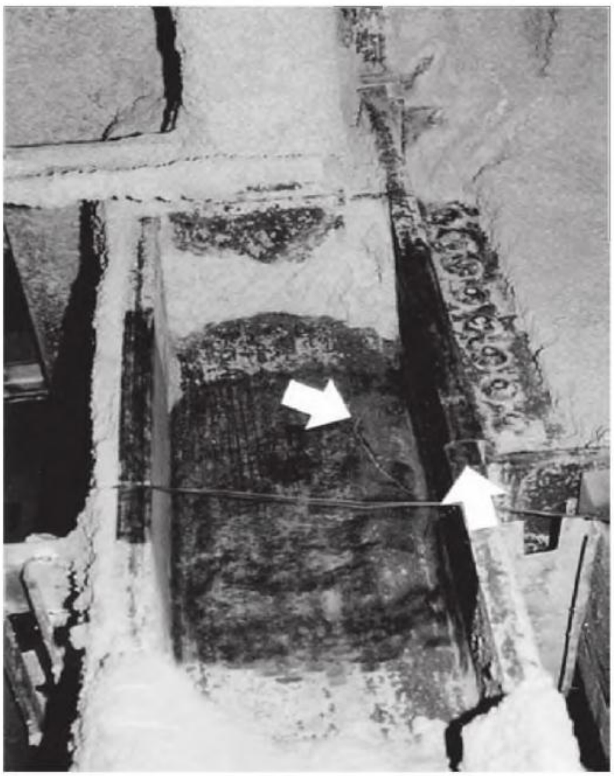


Figura 1. Falla frágil de conexión viga columna durante el terremoto de Northridge de 1995. Fuente: Bruneau et al. (2011).

A partir de ese momento, se comenzó con una iniciativa que involucró tanto a investigadores como a ingenieros en la práctica profesional, que tuvo como metas determinar las causas del inadecuado comportamiento de las juntas y, por

otro lado, proponer nuevas conexiones para ser consideradas en el diseño. En dicha iniciativa participaron la Asociación de Ingenieros Estructurales de California (SEAOC), el Consejo de Tecnología Aplicada (ATC) y las Universidades californianas para Investigación en Ingeniería Sísmica (CUREe). Los resultados de dicha investigación fueron recogidos en un documento titulado “Criterios recomendados para el diseño sísmico de nuevos edificios con pórticos resistentes a momento”, también conocido como FEMA 350 (2000), dado que fue precisamente la Agencia Federal para Manejo de Emergencias la encargada de brindar el apoyo financiero a dicha iniciativa. En este documento hay un capítulo dedicado exclusivamente al diseño de conexiones y dentro de este se presenta una sección que contiene las recomendaciones específicas para conexiones precalificadas, aplicándose los siguientes criterios para establecer si una conexión es pre-calificada:

- Existencia de suficiente información experimental y datos analíticos para el desempeño de la conexión para poder establecer el mecanismo de plastificación y los modos de falla de la conexión.
- Formulación de modelos racionales para predecir la resistencia asociada para cada mecanismo y modo de falla.
- Para unas características geométricas y mecánicas de la conexión, se debe usar un procedimiento racional para estimar cual mecanismo controla el comportamiento y la capacidad de deformación (deriva de piso).
- Dados los modelos y procedimientos, la base de datos existente es adecuada para permitir la evaluación estadística de la confiabilidad de la conexión.

Las conexiones pre-calificadas prescritas en el FEMA 350 han sido adoptadas y normalizadas en el ANSI-AISC 358 (Conexiones precalificadas para pórticos de acero intermedios y especiales resistentes a momentos para aplicaciones sísmicas en sus diferentes versiones (2005, 2010 y 2016) generando una guía confiable de diseño que se puede emplear en nuevos proyectos con estructuras metálicas. Para que una conexión pueda ser considerada como pre-calificada, debe ser sometida a examen por parte del Panel de Revisores de Pre-calificación del AISC, siguiendo las instrucciones contenidas en el ANSI/AISC 341 (2010). Es importante mencionar que hasta la versión del año 2010 del ANSI AISC 358 se contemplaban seis conexiones, habiéndose incorporado tres más en la versión del año 2016.

El tema de las conexiones es de especial relevancia, al punto de recibir una consideración especial en lo que a la determinación de los parámetros sísmicos de una estructura se refiere. De ser necesario, el FEMA P695 (2009) propone un procedimiento específico para obtener los parámetros de diseño de estructuras cuyas conexiones no se encuentren dentro de las usuales. Este procedimiento ha sido aplicado también para el estudio de estructuras metálicas construidas conforme a la práctica habitual y los materiales de Ecuador, Vielma y Cando (2015) y Vielma y Cando (2017).

En el terremoto del 16 de abril de 2016, que tuvo una magnitud de momento de 7.8, en la costa norte de Ecuador, se vio el buen comportamiento que

tuvieron las pocas estructuras de acero construidas en la zona. Lo que no se tuvo en cuenta es que las estructuras de acero son flexibles y por ello se debe colocar paredes flexibles, para que se muevan a la par de la estructura de acero.

Por otra parte, es importante colocar la mayor cantidad de columnas en todas las estructuras, para que tengan mayor redundancia y en las de acero con mayor razón para que sean estructuras rígidas, si se tienen pocos ejes de columnas y se cubren grandes luces muy probablemente en la parte central de la losa va a tener desplazamientos verticales considerables, que a lo mejor no se notan porque construyeron con contra flecha.

Al ser la estructura flexible se va a deformar demasiado y tendrá derivas de piso altas, lo que implica daño en la mampostería a pesar de que tenga elementos confinantes en sus extremos y que decir si se tiene mampostería no confinada como sucedió en el edificio UVC de Manta (Unidad de Vigilancia Comunitaria) que tiene voladizos de 2.65 m, y de 1.50 m, en la planta baja. Aguiar *et al.* (2016)

En este artículo se analiza únicamente el caso de vigas con perfiles tipo "I", en las que sus dos alas (superior e inferior) son iguales, como se indica en la figura 2.

2. PROPIEDADES DE UN PERFIL 'I'

Sea d la altura total del perfil "I", indicado en la figura 2; b_f el ancho del ala; t_f es el peralte del ala; t_w es el ancho del alma.

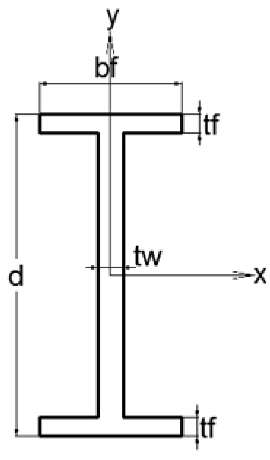


Figura 2 Nomenclatura para definir una viga tipo "I"

En base a la nomenclatura indicada en la figura 2, las propiedades de la sección, son:

$$A = 2 * b_f * t_f + (d - 2 * t_f) * t_w$$

$$I_x = \frac{b_f * d^3 - (b_f - t_w) * (d - 2 * t_f)^3}{12}$$

$$S_x = 2 * \frac{I_x}{d}$$

$$r_x = \sqrt{\frac{I_X}{A}}$$

Donde A es el área de la sección transversal; I_x es el momento de inercia con respecto al eje X; S_x es el módulo elástico con respecto al eje X; r_x es el radio de giro con respecto al eje X. Las mismas propiedades pero con respecto al eje Y, ver figura 1, son:

$$I_Y = \frac{(2 * {b_f}^3 * t_f + (d - 2 * t_f) * {t_w}^3)}{12}$$

$$S_y = 2 * \frac{I_y}{b_f}$$

$$r_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}}$$

A continuación se indica la ecuación para el cálculo del momento de inercia de torsión de Saint Venant J; del módulo de alabeo C_w; módulo plástico Z_x; Z_y.

$$J = \frac{(2 * b_f * {t_f}^3 + (d - 2 * t_f) * {t_w}^3)}{3}$$

$$C_w = t_f * (d - t_f)^2 * \frac{{b_f}^3}{24}$$

$$Z_x = 1.12 * S_X$$

$$Z_y = 1.125 * S_y$$

Para un mejor aprendizaje de la flexión en vigas de acero, en los siguientes sub apartados, se deducen las ecuaciones de cálculo del módulo elástico S_x y del módulo plástico Z_x. Donde además se presenta otra ecuación para el cálculo del módulo plástico.

2.1 Cálculo del Módulo elástico S_x

A la izquierda de la figura 3, se presenta una viga de acero simplemente apoyada; al centro su diagrama de esfuerzos en el rango elástico, donde se desea encontrar en primer lugar el esfuerzo X, en un punto situado a una distancia y.

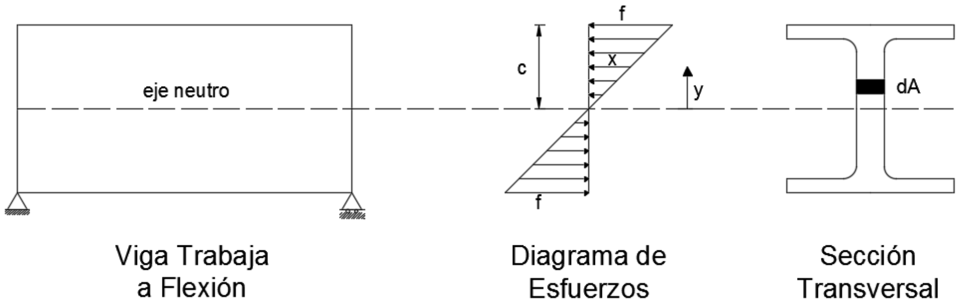


Figura 3 Diagrama de esfuerzos en el rango lineal de una viga tipo “I”

Por triángulos semejantes se tiene:

$$\frac{f}{c} = \frac{X}{y} \qquad \rightarrow X = \frac{f * y}{c}$$

Donde c, es la profundidad del eje neutro que para la viga de acero analizada se halla en la mitad.

$$c = \frac{d}{2}$$

A la derecha de la figura 3, se tiene el perfil tipo “I”, y un elemento diferencial de área. Al multiplicar el esfuerzo por el diferencial de área se tiene la fuerza y si se multiplica este valor por el brazo de palanca y, se encuentra el diferencial de momento dM

$$dM = \frac{f * y}{c} * dA * y$$

El momento total M, no es más que la integral.

$$M = \int \frac{f}{c} * y^2 * dA$$

Cuando el esfuerzo $f = f_y$, se tiene el momento de fluencia M_y. Al ser f_y y c, constantes, salen de la integral con lo que se tiene:

$$M_y = \frac{f_y}{c} \int y^2 \, dA$$

Pero la integral de $y^2 \, dA$, es el momento de inercia con respecto al eje X

$$I_x = \int y^2 \, dA$$

$$M_y = \frac{f_y}{c} * I_x$$

Se define el módulo elástico

$$S_x = \frac{I_x}{c}$$

Para vigas tipo "I", que tienen una altura total d. El módulo elástico vale.

$$S_x = \frac{2 * I_x}{d}$$

$$M_y = S_x * f_y$$

Lo importante de la demostración es reconocer que el módulo elástico, está asociado a un comportamiento lineal del acero y que el momento máximo en el rango elástico es M_y.

2.2 Cálculo del Módulo plástico Z_x

La definición del módulo plástico está asociada a un comportamiento elasto perfectamente plástico de acero, es decir no existe incremento de esfuerzos en la zona de endurecimiento del acero. Por otra parte el Momento plástico M_p se halla con la siguiente ecuación.

$$M_p = f_y Z_x$$

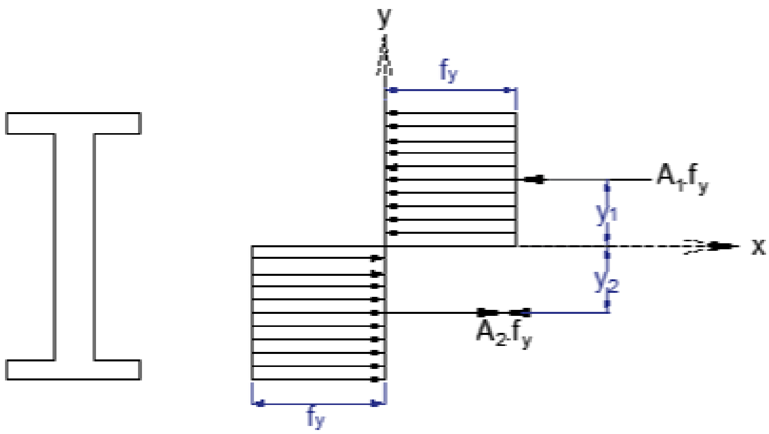


Figura 4 Diagrama de esfuerzos asociado al momento plástico.

Para encontrar el módulo plástico Z_x se considera que toda la sección del perfil se plastifica; de tal manera que la zona que trabaja a compresión llega al límite de fluencia del acero f_y, y que la sección que trabaja a tracción también llega a f_y; cómo se muestra en la figura 4. La resultante de las fuerzas a compresión es $A_1 f_y$, y la resultante de las fuerzas a tracción es $A_2 f_y$. Estas fuerzas deben encontrarse en equilibrio. Luego

$$A_1 = A_2 = \frac{A}{2}$$

Para un perfil tipo "I" simétrico se tiene la expresión anotada en la parte superior. Ahora bien, sea y_1 la distancia de la resultante de la fuerza a compresión con respecto al centro de gravedad de la sección y sea y_2 la distancia a la resultante de la fuerza a tracción. Con estas acotaciones el momento plástico M_p, vale:

$$M_P = y_1 * A_1 * f_y + y_2 * A_2 * f_y$$

$$M_P = \frac{A}{2} * f_y * (y_1 + y_2)$$

$$Z_x = \frac{A}{2} * (y_1 + y_2)$$

$$M_P = Z_x * f_y$$

Por otra parte; se define el factor de forma f a la relación entre el momento plástico con relación al momento de fluencia.

$$f = \frac{M_p}{M_y} = \frac{Z_x}{S_x}$$

Para perfiles de acero tipo "I" este factor se halla alrededor de 1.12. Los centros de gravedad de la zona a compresión y tracción, valen:

$$y_1 = y_2 = \frac{t_w\left(d - 2 * t_f\right)^2 + 4 * \left(d - t_f\right) * b_f * t_f}{4 * \left[\left(d - 2 * t_f\right) * t_w + 2 * b_f * t_f\right]}$$

De tal manera que se puede calcular $Z_x = 1.12 * S_x$, en forma aproximada y en forma exacta con la siguiente expresión.

$$Z_x = A * \left(\frac{t_w\left(d - 2 * t_f\right)^2 + 4 * \left(d - t_f\right) * b_f * t_f}{4 * \left[\left(d - 2 * t_f\right) * t_w + 2 * b_f * t_f\right]}\right)$$

3. PARÁMETROS DE ESBELTEZ Y ARRIOSTRAMIENTO

3.1 Esbeltez en el ala

Se define el parámetro de esbeltez en el ala λ_f de la siguiente manera:

$$\lambda_f = \frac{b_f}{2\, t_f}$$

El significado de las variables ha sido ya indicado. En la tabla 1, se presentan los valores límites recomendados por el AISC 341-10 y por el ASCE/SEI 41-13. Se aprecia que los límites están en función de la ductilidad que se espera del elemento.

Tabla 1 Control del Pandeo local del ala comprimida

Relación	**AISC341-10**		**ASCE/SEI 41-2013**	
	Elevada Ductilidad	Moderada Ductilidad	Elevada Ductilidad	Moderada Ductilidad
$\frac{b_f}{2\,t_f}$	$\leq 0.30\sqrt{\frac{E}{f_y}}$	$\leq 0.38\sqrt{\frac{E}{f_y}}$	$\leq \frac{52}{\sqrt{f_y}}$	$\leq \frac{65}{\sqrt{f_y}}$

En el formulario del AISC 341-10 no hay problema de las unidades ya que el módulo de elasticidad del acero E y el límite de fluencia f_y se expresan en las mismas unidades. En cambio en las ecuaciones del ASCE/SEI 41-13, el valor de f_y se expresa en ksi.

3.2 Esbeltez en el alma

Se define la esbeltez en el alma λ_w como la relación entre la altura del perfil $\left(h = d - 2 * t_f\right)$ con relación al espesor del alma.

$$\lambda_w = \frac{h}{t_w}$$

En la tabla 2, se presentan los valores límites recomendados por el AISC 341-10 y por el ASCE/SEI 41-13, de igual manera en función de la capacidad por ductilidad del elemento.

Tabla 2 Control del pandeo local del alma

Relación	**AISC341-10**		**ASCE/SEI 41-2013**	
	Elevada Ductilidad	Moderada Ductilidad	Elevada Ductilidad	Moderada Ductilidad
$\frac{h}{t_w}$	$\leq 2.45\sqrt{\frac{E}{f_y}}$	$\leq 3.76\sqrt{\frac{E}{f_y}}$	$\leq \frac{418}{\sqrt{f_y}}$	$\leq \frac{640}{\sqrt{f_y}}$

3.3 Arriostramiento lateral

Antes de presentar la ecuación con la que se determina la longitud no arriostrada; conviene mirar la estructura de acero de la figura 5, que corresponde al Bloque Estructural 1, donde funcionará el Centro de Investigaciones del Departamento de Ciencias de la Tierra y de la Construcción de la Universidad de

Fuerzas Armadas ESPE, ubicada en el Valle de los Chillos, en Ecuador. Se aprecia que las columnas son cuadradas tubulares y las vigas son perfiles tipo “I”. Nótese que en el segundo piso se han empalmado las columnas, mediante placas de acero.

Sobre la cimentación se tienen aisladores sísmicos de triple péndulo de fricción, de tal manera que la primera losa, corresponde a la losa de aislación; en el Bloque Estructural 2, que tiene un subsuelo, se ve unas columnas de hormigón armado y sobre estas se tienen los aisladores.

Las vigas que unen las columnas, en la figura 5, se denominan vigas principales en la mitad de los vanos, existen vigas secundarias de tal manera que cada vano queda dividido en cuatro partes; ahora en la mitad de estas divisiones existen vigas terciarias y finalmente se tienen vigas cuaternarias.

La luz que cubren las vigas principales es de aproximadamente 10 m., y la longitud entre viga y viga, transversal es de 1.0 m, de tal forma que la longitud no arriostraba es de 1.0 m.



Figura 5 Bloque Estructural 1, del nuevo Centro de Investigaciones Científicas de Ciencias de la Tierra y la Construcción de la Universidad de Fuerzas Armadas ESPE, sobre aisladores sísmicos de triple péndulo de fricción.

El arriostramiento transversal de las vigas principales permite que no se desplacen lateralmente y que no pandeen torsionalmente. Por lo tanto, es fundamental la colocación de vigas transversales para que tengan una mayor capacidad a flexión.

Se denomina L_b, a la distancia entre arriostramientos laterales y de acuerdo al Instituto Americano de Normas (ANSI) y al Instituto Americano de Construcciones de Acero (AISC) ANSI/AISC 360-10

$$L_b \leq 0.086 \left(\frac{E}{f_y}\right) r_y$$

4. CAPACIDAD A FLEXIÓN

4.1 Sección compacta y lateralmente arriostrada

Sea L_p el valor límite de la longitud no arriostrada lateralmente para desarrollar la capacidad plástica a flexión considerando una distribución de momento uniforme en la longitud no arriostrada $(C_b = 1)$

$$L_p = 1.74\sqrt{\frac{E}{f_y}}\, r_y$$

Si: $\lambda_f \leq 0.30\sqrt{\frac{E}{f_y}}$ $\qquad \lambda_w \leq 2.45\sqrt{\frac{E}{f_y}}$ $\qquad L_b \leq L_p$

$$M_n = M_p \leq 1.5\, M_y$$

Donde M_n es el momento nominal (capacidad a flexión).

4.2 Pandeo Lateral Torsional Inelástico PLT

Este estado límite de agotamiento resistente solamente se aplica a los miembros a flexión alrededor de su eje mayor y se aplican en elementos que cumplen con la siguiente relación.

$$L_p \leq L_b \leq L_r$$

Donde: L_r es el límite de la longitud no arriostrada lateralmente en un análisis plástico. Se definen los factores de pandeo de la viga C_1, C_2, de la siguiente manera.

$$C_1 = \frac{\pi}{S_x}\sqrt{\frac{E\,G\,J\,A}{2}} \qquad\qquad C_2 = 4\,\frac{C_w}{I_y}\left(\frac{S_x}{G\,J}\right)^2$$

$$r_{ts} = \sqrt{\frac{\sqrt{I_y\, C_w}}{S_x}}$$

$$h_o = d - t_f$$

$$L_r = 1.95 r_{ts} \frac{E}{0.70\, f_y} \sqrt{\frac{J}{S_x h_o} + \sqrt{\left(\frac{J}{S_x h_o}\right)^2 + 6.76 \left(\frac{0.70\, f_y}{E}\right)^2}}$$

Finalmente, el momento nominal para el caso de PLT inelástico, vale:

$$M_n = C_b \left[M_p - \left(M_p - 0.70\, f_y S_x \right) \left[\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right] \right] \leq M_p$$

$$C_b = \frac{12.5 M_{max}}{2.5 M_{max} + 3 M_A + 4 M_B + 3 M_C}$$

La variable no definida todavía es C_b que es un coeficiente para ajustar la fórmula de pandeo flexo torsional al diagrama de momentos, dentro de la longitud no arriostrada. El significado de las variables que intervienen en el cálculo de C_b, es: M_A, M_B, M_C son los momentos evaluados en $\frac{L_b}{4}$; $\frac{L_b}{2}$; $\frac{3L_b}{4}$, respectivamente; M_{max} es el valor del momento máximo en la longitud no arriostrada.

4.3 Pandeo Lateral Torsional Elástico PLT

En este caso se tiene:

$$L_b > L_r$$

$$M_{cr} = C_b \frac{\pi}{L_b} \sqrt{E I_y G J + \left(\frac{\pi E}{L_b}\right)^2 I_y C_w} \leq M_p$$

Donde M_{cr} es el momento elástico crítico, es el estado límite que controla la resistencia a flexión de una viga.

5. RESISTENCIA NOMINAL AL CORTE

La resistencia nominal al corte se halla con las siguientes ecuaciones.

$$A_w = d\, t_w$$

$$V_n = 0.60\, f_y A_w\, C_v$$

Donde C_v es la relación entre la tensión crítica en el alma, de acuerdo con la teoría elástica de pandeo, con relación a la tensión cortante cedente. Para su evaluación se tienen tres casos.

- Cuando $\frac{h}{t_w} \leq 1.10\sqrt{\frac{5\,E}{f_y}}$

$$C_v = 1.00$$

- Cuando $1.10\sqrt{\frac{\mathbf{5\,E}}{\boldsymbol{f_y}}} < \frac{\boldsymbol{h}}{\boldsymbol{t_w}} \leq 1.37\sqrt{\frac{\mathbf{5\,E}}{\boldsymbol{f_y}}}$

$$C_v = \frac{1.10\sqrt{{5E}/{f_y}}}{{h}/{t_w}}$$

- Cuando $\frac{\boldsymbol{h}}{\boldsymbol{t_w}} > 1.37\sqrt{\frac{\mathbf{5\,E}}{\boldsymbol{f_y}}}$

$$C_v = \frac{1.51 * 5\,E}{\left({h}/{t_w}\right)^2 f_y}$$

6. RELACIÓN MOMENTO ROTACIÓN

Con el propósito de complementar el marco teórico expuesto, para el diseño de vigas de acero, con perfiles tipo "I", en el presente apartado se presenta el modelo del ASCE/SEI 41-13, que permite determinar los diagramas: Momento Rotación $M-\theta$, o el diagrama fuerza desplazamiento $F-\Delta$.

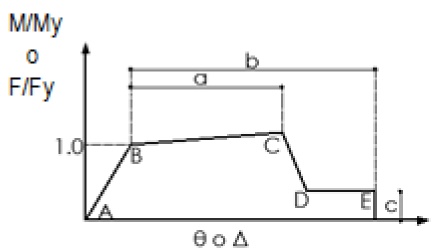


Figura 6 Diagrama Momento-rotación, o, diagrama Fuerza-desplazamiento. Modelo del ASCE/SEI 41-13

El punto B, del diagrama de la figura 6, corresponde al momento de fluencia M_y, cómo se indicó es el límite del rango elástico e inicio del rango inelástico, está asociado a la rotación de fluencia θ_y. El punto C, es el momento

último M_u que está asociada a la rotación θ_u. La recta *DE*, corresponde al momento residual M_r. (Mora y Aguiar, 2015).

El momento plástico M_p, se encuentra entre el momento M_y, y el momento M_u, se ha trabajado con un modelo elasto perfectamente plástico, de tal manera que es una recta paralela al eje X.

A partir del momento y rotación de fluencia, el ASCE/SEI 41-3 presenta los valores de a, b, c, indicados en la figura 6, con los cuales se halla la rotación última θ_u, y la rotación residual θ_r, con los valores de a, b. En la última columna de la tabla 3, se presenta el valor de c, con el que se obtiene $M_r = c\ M_y$

Tabla 3 Parámetros que definen el diagrama Momento Rotación.
Fuente: ASCE/SEI 41-13.

Condición de Geometría	a	b	c
a. $\frac{b_f}{2t_f} \leq \frac{52}{\sqrt{f_{ye}}}$ y $\frac{h}{t_w} \leq \frac{418}{\sqrt{f_{ye}}}$	$9\theta_y$	$11\theta_y$	0.6
b. $\frac{b_f}{2t_f} \geq \frac{65}{\sqrt{f_{ye}}}$ o $\frac{h}{t_w} \geq \frac{640}{\sqrt{f_{ye}}}$	$4\theta_y$	$6\theta_y$	0.2
c. Otros	Interpolación lineal se utilizará el menor resultado		

En las tablas 1 y 2 se presentaron los valores de la primera columna de la tabla 3 y se recuerda que la segunda fila corresponde al caso en que la viga tiene una elevada ductilidad, la sección es compacta.

En la tercera fila de la tabla 3, se tiene que los factores de esbeltez del ala o del alma, son mayores o igual a los valores límites de moderada ductilidad. Al ser mayor o igual se tiene una sección no compacta. Se aprecia que la viga tiene menos ductilidad.

En zonas de alta peligrosidad sísmica es importante que sus elementos tengan una gran ductilidad; por lo que no es conveniente trabajar con secciones no compactas.

En base al diagrama Momento-Rotación, se halla la rigidez de la sección de una viga, para el rango elástico con la pendiente de la recta AB; para el rango inelástico con el valor de la pendiente BC; si se trabaja con un modelo bilineal. **Ahora bien, en este modelo del ASCE/SEI 41-13, no se considera la longitud no arriostrada.**

7. UN CASO DE APLICACIÓN

Como aplicación de la teoría expuesta, se analiza una viga tipo de la estructura de acero de la Unidad de Vigilancia Comunitaria UVC, ubicada en la ciudad de Manta. En la figura 7 a, se observa el bloque estructural de la residencia de los vigilantes de la UVC, que fue terminada de construir 3 años antes del terremoto del 16 de abril de 2016, que tuvo una magnitud de momento de 7.8; es una estructura de 4 pisos.

Se denomina, sentido longitudinal, a la dirección más larga del edificio y sentido transversal a la dirección corta. En la planta baja, en la dirección transversal en la mayor parte, los pórticos solo tienen dos columnas de acero y voladizos a los dos lados, precisamente las terrazas que se aprecian en la planta baja corresponden a los voladizos.

La estructura de acero tuvo un excelente comportamiento durante el sismo; lo que sí tuvo, fue daño en la mampostería de bloques prensados, una muestra de ello se evidencia en la figura 7 b, donde se observa rotura de paredes en el perímetro de la estructura bajo los voladizos, por la no existencia de elementos confinantes. Aguiar *et al.* (2016).



a) **b)**

Figura 7 Residencia de la Unidad de Vigilancia Comunitaria UVC de Manta;
a) Antes del terremoto del 16 de abril de 2017; b) Después del Terremoto.
Fuente: Aguiar *et al.* (2016).

Los pórticos del 1 al 5, en sentido transversal, tienen dos columnas en los ejes A y C, y cubren una luz de 9.10 m. Los pórticos 6 al 9 tienen 3 columnas, se incrementa la columna del eje B. El voladizo que aparece en la figura 8 a, y b, tiene una longitud de 2.65 m, y en la parte posterior el voladizo es de 1.50 m. Las paredes que se encontraban bajo estos volados tuvieron daño entre extensivo y completo. También se registró daño en la mampostería, entre las columnas cuyas luces son de 9.10 m, por la no existencia de elementos confinantes en la parte central.

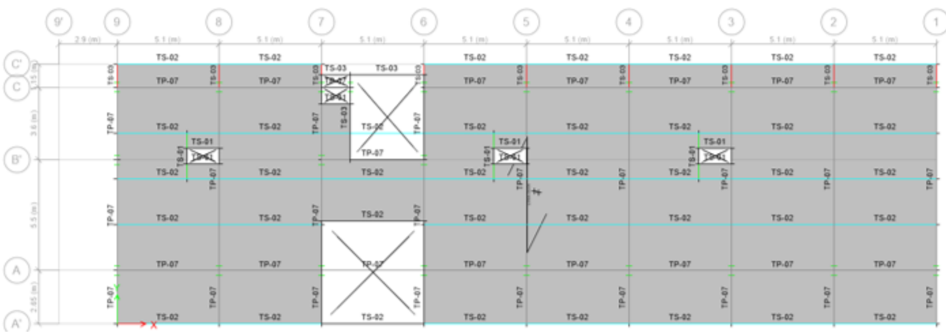


Figura 8 Vista en planta de las vigas de acero de la losa de la planta baja, de UVC de Manta. Aguiar *et al.* (2016).

Las vigas principales han sido identificadas como TP-07 y las vigas secundarias como TS-02. Son estas últimas las que dan arriostramiento al ala superior de las vigas principales para evitar el pandeo lateral torsional, se observa que las vigas secundarias solo se encuentran en el sentido longitudinal, de tal manera que los pórticos transversales son los que tienen elementos transversales confinantes; no así las vigas de los pórticos longitudinales. En estas condiciones la longitud no arriostrada es de 2.275 m (9/4) para las vigas de los pórticos transversales. Las dimensiones de la viga TP-07, son las siguientes.

$$d = 530\, mm; \qquad b_f = 200\, mm; \qquad t_f = 15\, mm; \qquad t_w = 10\, mm$$

El acero utilizado es A57 que tiene un límite de fluencia $f_y = 3515\ \frac{kg}{cm^2}$, y un esfuerzo $f_u = 4570\ \frac{kg}{cm^2}$.

En la figura 9, se observan los pórticos en sentido longitudinal y se aprecia que la mayor rigidez a flexión, de las columnas, ha sido dada en el sentido de los pórticos transversales; en un círculo se indican las vigas de arriostramiento TS-02, no se aprecia vigas secundarias en el sentido transversal.





Figura 9 Vigas de transversales (círculo) para limitar la longitud no arriostrada.

7.1 Capacidad a flexión

Se analiza la viga, de un pórtico en sentido transversal, que tiene 9.10 m, de longitud y se ve que tanto el ala como el alma son compactas.

$$\frac{b_f}{2t_f} = \frac{20}{2 * 1.5} = 6.67 \leq 0.30\sqrt{\frac{E}{F_y}}$$

El valor de $0.30\sqrt{\frac{E}{F_y}}$ es 7.33; por otro lado el valor de $2.45\sqrt{\frac{E}{F_y}}$ es 59.88

$$\frac{h}{t_w} = \frac{53 - 2 * 1.5}{1} = 50 \leq 2.45\sqrt{\frac{E}{F_y}}$$

Por lo tanto, la viga tiene una elevada ductilidad (ver tablas 1 y 2). La longitud no arriostrada lateralmente es $0.086\left(\frac{E}{F_y}\right) r_y = 0.086 * \left(\frac{2100000}{3515}\right) * 4.27 =$ 219.39 cm. Se tiene que $L_b = 227.5$. Luego no cumple la siguiente relación.

$$L_b \leq 0.086\left(\frac{E}{f_y}\right) r_y$$

Ahora se va a calcular el valor de L_p y L_r para averiguar con que ecuación se halla el momento nominal.

$$C_1 = \frac{\pi}{S_x}\sqrt{\frac{E\ G\ J\ A}{2}} = \frac{\pi}{1894} * \sqrt{\frac{2100000 * 807692 * 61.66 * 110}{2}} = 125798\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$C_2 = 4\frac{C_w}{I_y}\left(\frac{S_x}{G\ J}\right)^2 = 4\ \frac{1326125}{2004}\left(\frac{1894}{807692 * 61.66}\right)^2 = 3.83 *\ 10^{-6}\ \frac{cm^4}{kg}$$

$$r_{ts} = \sqrt{\frac{\sqrt{I_y\ C_w}}{S_x}} = \sqrt{\frac{\sqrt{2004 * 1326125}}{1894}} = 5.22\ cm$$

$$h_o = d - t_f = 53 - 1.5 = 51.5\ cm$$

$$L_p = 1.74\sqrt{\frac{E}{f_y}}\ r_y = 1.74 * \sqrt{\frac{2100000}{3515}} * 4.27 = 181.60\ cm$$

$$L_r = 1.95 r_{ts}\frac{E}{0.70\ f_y}\sqrt{\frac{J}{S_x h_o} + \sqrt{\left(\frac{J}{S_x h_o}\right)^2 + 6.76\left(\frac{0.70\ f_y}{E}\right)^2}}$$

$$L_r = 1.95 * 5.22 * \frac{2100000}{0.7 * 3515}$$

$$* \sqrt{\frac{61.66}{1894 * 51.5} + \sqrt{\left(\frac{61.66}{1894 * 51.5}\right)^2 + 6.76 * \left(\frac{0.7 * 3515}{2100000}\right)^2}}$$

$$= 531.24\ cm$$

Por lo tanto se tiene un caso de Pandeo Lateral Torsional Inelástico, ya que:

$$L_p\ \leq\ L_b\ \leq\ L_r$$

$$M_p = 3515 * 2122 = 7458830\ kg * cm$$

$$M_n = C_b \left[M_p - \left(M_p - 0.70\ f_y\ S_x \right) \left[\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right] \right] \leq M_p$$

$$M_n = 1.17 * \left[7458830 - (7458830 - 0.7 * 3515 * 1894) * \left[\frac{227.5 - 181.60}{531.24 - 181.60} \right] \right]$$

$$= 8297000\ kg * cm$$

Pero M_n tiene que ser menor al momento plástico M_p. Luego:

$$M_n = 7458830\ kg * cm$$

Por último:

$$\phi\ M_n = 0.9 * 7458830 = 6712947\ kg * cm$$

7.2 Capacidad en función de longitud de arriostramiento

Lo que se pretende ilustrar en este apartado es la importancia de tener vigas arriostradas, para ello se grafica la capacidad de momento a flexión M_n en función de la longitud arriostrada L_b, para la viga que se está analizando que tiene una longitud de 9.10 m, esta relación se presenta en la figura 10, para algunos casos de interés asociados con los dos métodos de diseño de estructuras de acero.

Las gráficas tienen tres zonas y son: i) La plataforma de momento plástico; ii) La zona de pandeo lateral torsional inelástico, que es la primera rama descendente, y, iii) La zona de pandeo lateral torsional elástico que es la segunda rama.

Es verdad que el tamaño y ubicación de las vigas secundarias (La estructura de UVC solo tiene tres vigas secundarias dentro de un vano), o terciarias depende fundamentalmente de la deformación vertical en el centro del vano, la misma que tiene que ser menor que una tolerancia dada por las normativas sísmicas. Aguiar *et al.* (2016). A continuación se describe con mayor detalle las gráficas de la figura 10.

En la figura 10 se muestra en azul la envolvente del momento resistente a fluencia del patín a compresión y tracción, momento resistente a pandeo local de patines a compresión, y momento resistente a pandeo lateral torsional, multiplicado por $\Phi = 0.9$ para diseño por última resistencia (LRFD) versus la longitud sin arriostrar, y en rojo dividido para $\Omega = 1.67$ para diseño por esfuerzos admisibles (ASD).

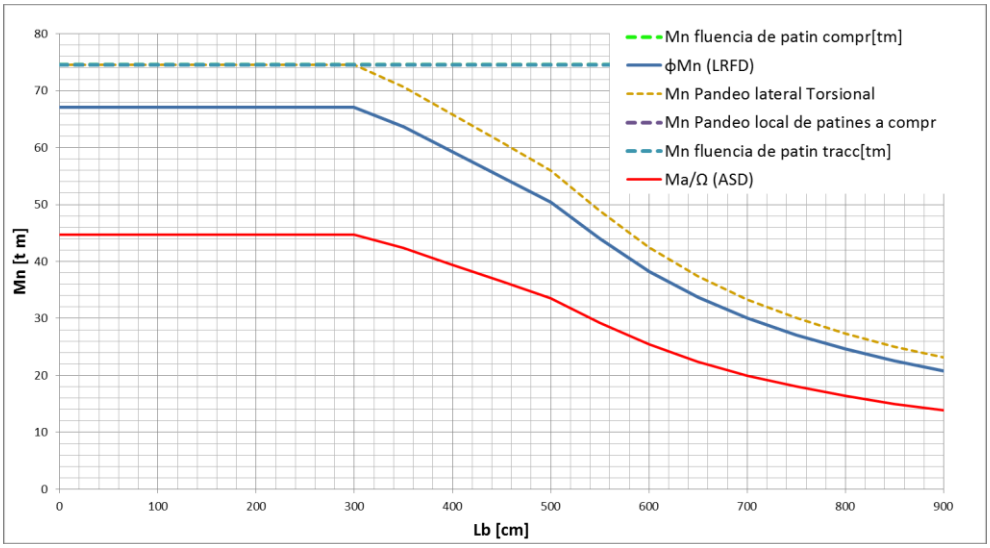


Figura 10 Gráfico Momento resistente – Longitud sin arriostrar para la viga analizada.

Por último, se debe manifestar que un vano de la estructura analizada tiene 9.10 m, en un sentido y 5.10 m, en el otro sentido. En el sentido largo se tienen tres vigas de arriostramiento con lo que $L_b = 227.5\ cm$, y en la figura 10 se observa que la viga está en capacidad de desarrollar el momento plástico M_p. En el sentido transversal no tiene vigas secundarias por lo que está alrededor de los 5.10 m, la longitud no arriostrada, y para esta longitud se reduce considerablemente la capacidad a flexión de la viga, que tiene las mismas dimensiones. Es verdad que el Proyectista Estructural armó la viga para que el pórtico resistente a cargas verticales sea en el sentido transversal.

7.3 Relación Momento – Rotación

Para encontrar la respuesta no lineal, estática o dinámica, se necesita definir la curva momento rotación de cada uno de los elementos de la estructura. En este apartado se presenta en forma detallada la obtención de este diagrama siguiendo los lineamientos del ASCE/SEI 41, para la viga de acero que se está analizando.

El giro de fluencia θ_Y de acuerdo al ASCE/SEI 41 se calcula con la siguiente ecuación, que considera que en los dos extremos de la viga se alcanza el momento plástico. Aguiar *et al.* (2015).

$$\theta_y = \frac{L\, Z_x\, f_y}{6\, E\, I_x} = \frac{910 * 2122 * 3515}{6 * 2100000 * 50212} = 0.0107\ rad$$

$$M_y = S_x * f_y = 1894 * 3515 = 6657410\ kg * cm$$

$$\theta_u = 9 * \theta_y = 9 * 0.0107 = 0.0966\,rad$$

$$M_u = M_y + \left(\frac{\theta_u - \theta_y}{\theta_y}\right) \alpha * M_y = 6657410 + \left(\frac{0.0966 - 0.0107}{0.0107}\right) 0.03 * 6657410$$
$$M_u = 8255200\,kg * cm$$

La variable no definida todavía es α que es la relación entre la rigidez post fluencia K_p con respecto a la rigidez elástica K_e.

$$\alpha = \frac{K_p}{K_e}$$

$$K_p = \frac{M_u - M_y}{\theta_u - \theta_y}$$

$$K_e = \frac{M_y}{\theta_y}$$

Un valor adecuado para $\alpha = 0.03$. Nótese que el momento último obtenido es similar al momento nominal encontrado para el caso de pandeo lateral torsional, inelástico. De tal manera que el valor de α es aceptable. Continuando con el cálculo, se tiene el punto residual.

$$\theta_r = 11\,\theta_y = 11 * 0.0107 = 0.1180\,rad$$

$$M_r = c * M_y = 0.6 * 6657410 = 3994446\,kg\,cm$$

Finalmente, en la figura 11 se presenta el diagrama momento-rotación de la viga analizada.

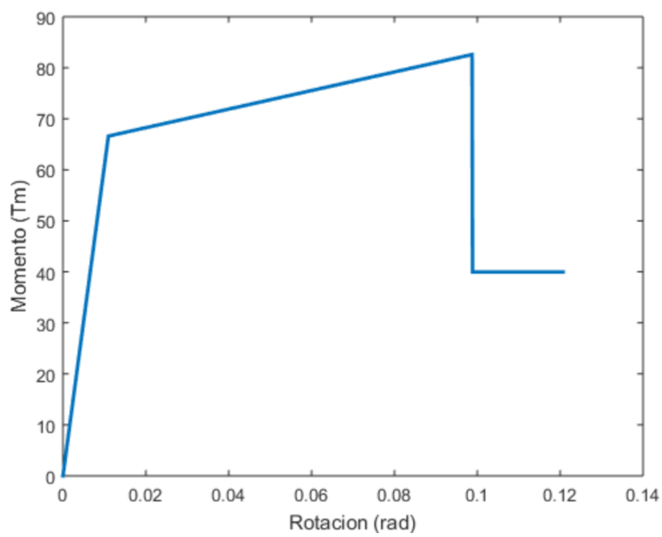


Figura 11 Diagrama Momento-Rotación de viga Tipo de acero utilizada en UVC de Manta.

8. COMENTARIOS Y CONCLUSIONES

Se ha presentado con detalle el cálculo de las propiedades de un perfil de acero tipo “I”, resaltando la forma de obtener los módulos de elasticidad y de plasticidad, toda vez que estos sirven para hallar el momento de fluencia y el momento plástico, que son utilizadas en el análisis y diseño de vigas.

También se ha indicado el cálculo de la capacidad a flexión haciendo ver la importancia de tener vigas secundarias transversales que limiten la longitud de arriostramiento ya que mientras más grande sea esta longitud menor será la capacidad a flexión de la viga.

Para el efecto se presenta la curva que relaciona el momento con la longitud de arriostramiento y se observan las tres zonas que tiene esta curva que son la plataforma de momento plástico; la de pandeo torsional inelástico y la de pandeo lateral elástico.

Finalmente se presentó el diagrama momento rotación, recomendado por el ASCE/SEI 41 que sirve para el análisis no lineal, el mismo que considera que la viga de acero no tiene problemas de arriostramiento lateral.

El marco teórico expuesto se lo aplicó a una viga tipo de la estructura de 4 pisos, destinada a residencia de los vigilantes de la Unidad de Vigilancia Comunitaria UVC, de la ciudad de Manta. Estructura que fue terminada de construir en el 2013 y que tuvo un buen desempeño sísmico durante el terremoto del 16 de abril de 2016.

La estructura de acero tuvo un buen desempeño pero no la mampostería que tuvo un daño extensivo porque no tenía elementos confinantes y debido a que se utiliza mampostería rígida en una estructura flexible; lo adecuado habría sido construir paredes con material flexible, como es el Gypsum.

Se aspira con la escritura de este artículo, haber aportado al conocimiento del diseño y análisis de vigas de acero con perfiles tipo “I”, muy utilizadas en países con alta peligrosidad sísmica.

AGRADECIMIENTO

Los autores agradecen la participación en este artículo de Johana Espinoza y Tania Franco, estudiantes de la Universidad Laica Eloy Alfaro de Manabí.

REFERENCIAS

1. Aguiar R., Zevallos M., Palacios J., García L., Menéndez E., (2016), *Reforzamiento de estructuras con disipadores de energía. Terremoto de*

Ecuador del 16 de abril de 2016, Instituto Panamericano de Geografía e Historia, IPGH, 283 p. Portoviejo, Ecuador.

2. Aguiar R., Mora D., Rodríguez M., (2015), “Diagrama momento-curvatura y momento-rotación para elementos de hormigón armado y acero con ASCE/SEI 41 y sistema de computación ***CEINCI-LAB***”, Revista Ciencia, **17 (2),** 201-239. Disponible en: http://revista_ciencia.espe.edu.ec
3. AISC (2016), Prequalified Connections for Special and Intermediate Steel Moment Frames for Seismic Applications, ANSI/AISC 358. Chicago: AISC.
4. AISC (2010), Seismic Provisions for Structural Steel Buildings, ANSI/AISC 341. Chicago: AISC.
5. ASCE 41 (2013) *Seismic rehabilitation of existing building,* American Society of Civil Engineers ASCE/SEI 41-11.
6. Bruneau Michel, Chia-Ming Uang, Sabelli Rafael (2011) ductile design of steel structures. Segunda edición. McGraw- Hill. New York.
7. FEMA, (2000), "Recommended Seismic Design Criteria for New Steel Moment-Frame Buildings," Report FEMA-350. Washington, D. C.: Federal Emergency Management Agency.
8. Mora David, Aguiar Roberto, (2015), “Modelación de diagrama momento-curvatura y momento-rotación en secciones de acero estructural”, *Revista Ciencia,* **17 (1),** 99-124. Universidad de Fuerzas Armadas, ESPE, Quito, Ecuador. Disponible en: http://revista_ciencia.espe.edu.ec
9. Vielma Juan, Cando Manuel (2015) “Influence of P-delta effect on ductility of SMRF steel buildings”. The Open Civil Enginering Journal, V9, 351-359, Holanda.
10. Vielma Juan, Cando Manuel (2017) “Evaluación del factor de comportamiento de la Norma Ecuatoriana de la Construcción para estructuras metálicas porticadas”. Revista Internacional de Métodos Numéricos para cálculo y diseño en Ingeniería, En prensa, Barcelona, España.